به نام یزدان پاک

همه سوال های

دکترای تخصصی (Ph.D)

فیزیک

۱۴۰۴–۱۴۰۵

گردآورندگان
گروه مولفین پردازش

فهرست مطالب

پیش گفتار ۷

آزمون دکترای فیزیک ۱۴۰۴

مکانیک کوانتومی و مکانیک کوانتومی پیشرفته ۱۱
پاسخ‌نامه مکانیک کوانتومی و مکانیک کوانتومی پیشرفته ۱۴
درسنامه مروری مکانیک کوانتومی و مکانیک کوانتومی پیشرفته ۳۳
الکترومغناطیس و الکترودینامیک ۳۶
پاسخ‌نامه الکترومغناطیس و الکترودینامیک ۳۸
درسنامه مروری الکترومغناطیس و الکترودینامیک ۵۶
ترمودینامیک و مکانیک آماری پیشرفته ۱ ..... ۵۸
پاسخ‌نامه ترمودینامیک و مکانیک آماری پیشرفته ۱ ..... ۶۱
درسنامه مروری ترمودینامیک و مکانیک آماری پیشرفته ۱ ..... ۷۶

آزمون دکترای فیزیک ۱۴۰۵

مکانیک کوانتومی و مکانیک کوانتومی پیشرفته ۷۸
پاسخ‌نامه مکانیک کوانتومی و مکانیک کوانتومی پیشرفته ۸۱
درسنامه مروری مکانیک کوانتومی و مکانیک کوانتومی پیشرفته ۹۸
الکترومغناطیس و الکترودینامیک ۱۰۰
پاسخ‌نامه الکترومغناطیس و الکترودینامیک ۱۰۳
درسنامه مروری الکترومغناطیس و الکترودینامیک ۱۱۹
ترمودینامیک و مکانیک آماری پیشرفته ۱ ..... ۱۲۲
پاسخ‌نامه ترمودینامیک و مکانیک آماری پیشرفته ۱ ..... ۱۲۴
درسنامه مروری ترمودینامیک و مکانیک آماری پیشرفته ۱ ..... ۱۳۹
واژه نامه ۱۴۱
منابع ۱۴۹

جدول ۱: توزیع فراوانی موضوعی سؤالات آزمون دکترای تخصصی فیزیک (۱۴۰۰ تا ۱۴۰۵)

ردیف	حوزه اصلی و مباحث فرعی	۱۴۰۰	۱۴۰۱	۱۴۰۲	۱۴۰۳	۱۴۰۴	۱۴۰۵	مجموع	درصد فراوانی
۱	**مکانیک کوانتومی و کوانتومی پیشرفته**	**۱۵**	**۱۵**	**۱۵**	**۱۵**	**۱۵**	**۱۵**	**۹۰**	**۵۰٪/۲۲**
۱.۱	جبر عملگرها، فرمالیسم برا-کت، پاریته و نامساوی‌ها	۴	۵	۴	۳	۳	۴	۲۳	۷۵٪/۵
۱.۲	تحول زمانی، تصویر هایزنبرگ/شرودینگر و قضیه ارنفست	۳	۲	۲	۳	۴	۳	۱۷	۲۵٪/۴
۱.۳	سیستم‌های دوحالته، اسپین، ماتریس‌های پائولی و تشدید	۲	۳	۳	۳	۳	۳	۱۷	۲۵٪/۴
۱.۴	نوسانگر هماهنگ، پتانسیل‌های ۱بعدی و تقریب‌های WKB/اختلال	۳	۲	۳	۳	۲	۲	۱۵	۷۵٪/۳
۱.۵	تکانه زاویه‌ای، جمع تکانه‌ها، اتم هیدروژن و سیستم‌های چندذره‌ای	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۱۸	۵۰٪/۴
۲	**الکترومغناطیس و الکترودینامیک**	**۱۵**	**۱۵**	**۱۵**	**۱۵**	**۱۵**	**۱۵**	**۹۰**	**۵۰٪/۲۲**
۲.۱	الکترواستاتیک، قانون گاوس، شرایط مرزی و دی‌الکتریک‌ها	۴	۵	۵	۴	۵	۵	۲۸	۰۰٪/۷
۲.۲	مسائل مقدار مرزی، جداسازی متغیرها، بسل/لژاندر و تابع گرین	۴	۳	۴	۴	۳	۴	۲۲	۵۰٪/۵
۲.۳	مگنتواستاتیک، قانون	۳	۳	۳	۳	۴	۳	۱۹	۷۵٪/۴

ردیف	حـــوزه اصـــلی و مباحث فرعی	۱۴۰۰	۱۴۰۱	۱۴۰۲	۱۴۰۳	۱۴۰۴	۱۴۰۵	مجموع	درصـــد فراوانی
	آمپر، پتانسیل بـرداری و مواد مغناطیسی								
۲.۴	معـــادلات ماکســـول، امواج الکترومغناطیسی، موجبرها و پوینتینگ	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۱۲	۰۰٪/۳
۲.۵	تـــابش، پتانســـیل‌های تأخیری، چهاربردارها و نسبیت خاص	۲	۲	۱	۲	۱	۱	۹	۲۵٪/۲
۳	**ترمودینامیـــــک و مکانیـــک آمـــاری پیشرفته ۱**	**۱۵**	**۱۵**	**۱۵**	**۱۵**	**۱۵**	**۱۵**	**۹۰**	**۵۰٪/۲۲**
۳.۱	آنســامبل‌های آمــاری (میکروکانونیـــــک، کانونیـــــــــک، گرنـدکانونیک) و تـابع پارش	۴	۴	۴	۴	۴	۴	۲۴	۰۰٪/۶
۳.۲	گازهـــای کوانتـــومی (فرمی-دیـراک و بـوز-اینشـــتین) و چگـــالش بوز	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۱۸	۵۰٪/۴
۳.۳	ترمودینامیـــــــک کلاسیک، پتانسـیل‌ها، روابط ماکسول و تعادل فاز	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۱۸	۵۰٪/۴
۳.۴	سیســـــــــتم‌های مغناطیســـــــــی، پارامغنـــاطیس، مـــدل آیزینگ و دمای منفی	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۱۸	۵۰٪/۴
۳.۵	نظریه جنبشی، توزیـع ماکســـول-بـــولتزمن، افت‌وخیزهـــا و بســـط	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۱۲	۰۰٪/۳

ردیف	حوزه اصلی و مباحث فرعی	۱۴۰۰	۱۴۰۱	۱۴۰۲	۱۴۰۳	۱۴۰۴	۱۴۰۵	مجموع	درصد فراوانی
	ویریال								
۴	**مکانیک سیالات و فیزیک عمومی**	–	–	–	**۱۵**	**۱۵**	**۱۵**	**۴۵**	**۲۵٪/۱۱**
۴.۱	جریان لزج، افت فشار، عدد رینولدز و کانال‌ها	–	–	–	۵	۵	۵	۱۵	۷۵٪/۳
۴.۲	دینامیک ذره، نوسان، تکانه و چرخش صلب	–	–	–	۵	۵	۵	۱۵	۷۵٪/۳
۴.۳	الکترواستاتیک و مدارهای پایه فیزیک عمومی	–	–	–	۵	۵	۵	۱۵	۷۵٪/۳
۵	**فیزیک دریا و تئوری امواج و جزر و مد**	–	–	–	**۳۰**	**۳۰**	**۳۰**	**۹۰**	**۵۰٪/۲۲**
۵.۱	گردش عمومی اقیانوس، لایه اکمن، کوریولیس و ترموهالاین	–	–	–	۱۰	۱۰	۱۰	۳۰	۵۰٪/۷
۵.۲	تئوری امواج، پاشندگی، سرعت فاز/گروه، سونامی و امواج داخلی	–	–	–	۱۰	۱۰	۱۰	۳۰	۵۰٪/۷
۵.۳	تحلیل هارمونیک جزر و مد، تایدپل و نوسانات ساحلی	–	–	–	۱۰	۱۰	۱۰	۳۰	۵۰٪/۷
۶	**فیزیک پایه و مبانی نانوتکنولوژی**	–	–	–	**۱۰**	**۱۰**	**۱۰**	**۳۰**	**۵۰٪/۷**
۶.۱	نانوساختارها، نانولوله‌های کربنی، خواص مغناطیسی و اپتیکی	–	–	–	۵	۵	۵	۱۵	۷۵٪/۳

ردیف	حـــوزه اصـــلی و مباحث فرعی	۱۴۰۰	۱۴۰۱	۱۴۰۲	۱۴۰۳	۱۴۰۴	۱۴۰۵	مجموع	درصـــد فراوانی
۶.۲	فیزیـک پایـه هالیـدی (ترمودینامیک، امـواج، مکانیک و القا)	–	–	–	۵	۵	۵	۱۵	۷۵٪/۳
۷	**فیزیک مدرن**	–	–	–	**۱۵**	**۱۵**	**۱۵**	**۴۵**	**۲۵٪/۱۱**
۷.۱	فوتوالکتریک، کامپتون، اشعه X و تابش جسـم سیاه	–	–	–	۵	۵	۵	۱۵	۷۵٪/۳
۷.۲	نسبیت خاص (انقباض طـول، اتسـاع زمـان و انرژی/تکانه نسبیتی)	–	–	–	۵	۵	۵	۱۵	۷۵٪/۳
۷.۳	نظریـــه بـــور، مـــوج دوبروی، چاه پتانسـیل و رادیواکتیویته	–	–	–	۵	۵	۵	۱۵	۷۵٪/۳
مجموع	**کل سؤالات آزمـون در هر سال**	**۴۵**	**۴۵**	**۴۵**	**۱۱۵**	**۱۱۵**	**۱۱۵**	**۴۰۰**	**۱۰۰٪**

گزارش تحلیلی و توصیه‌های راهبردی

۱. تحلیل تغییر ساختار دفترچه‌ها: آزمون دکترای تخصصی فیزیک تا سال ۱۴۰۲ در قالب ۴۵ سؤال تخصصی (شـامل ۱۵ سـؤال کوانتـوم، ۱۵ سؤال الکترومغناطیس و ۱۵ سؤال آماری) برگزار می‌شد. از سال ۱۴۰۳ ساختار آزمون به ۱۱۵ سؤال ارتقا یافت و دروس «مکانیک سیالات - فیزیک عمومی»، «فیزیک دریا و تئوری امواج»، «فیزیک پایه و نانوتکنولوژی» و «فیزیک مدرن» به دفترچه ملحق شدند؛ با این حال، هسته ثابت دروس تخصصی سه‌گانه (کوانتوم، الکترودینامیک، آماری) در تمام دوره‌ها با سهم مساوی ۱۵ سؤال تثبیت شده باقی مانده است.

۲. مباحث کلیدی و پرتکرار در دروس تخصصی:

- **مکانیک کوانتومی:** تسلط بر خواص عملگرهای پائولی، جبر تکانه زاویه‌ای، سیستم‌های دوحالته و تحول زمانی مقادیر چشم‌داشتی بر اساس قضیه ارنفست، بیشترین فراوانی را دارند.
- **الکترودینامیک:** روش تصویر در مرزهای هادی و دی‌الکتریک، میدان ناشی از حفرات در اجسام باردار، شـرایط مـرزی مؤلفـه‌های عمودی و مماسی $\vec{E}$، $\vec{D}$، $\vec{B}$ و $\vec{H}$، و بسط‌های متقارن لاپلاسین (توابع بسل و لژاندر) بیش از ۶۵ درصد سؤالات این بخش را شامل می‌شوند.
- **ترمودینامیک و مکانیک آماری:** توابع پارش کانونیکال و گرندکانونیکال، افت‌وخیزهای انرژی ($\langle \Delta E^2 \rangle = k_B T^2 C_v$)، پدیده دمای منفی در سیستم‌های مقید اسپینی، و گذار فازها و آمار گازهای ایدئال کوانتومی اصلی‌ترین نقاط تمرکز هستند.

مقدمه تحلیلی بر روند ۶ ساله آزمون‌های دکترای تخصصی فیزیک (۱۴۰۰ تا ۱۴۰۵)

آزمون ورودی دوره دکتری تخصصی فیزیک (کد ۲۲۳۸) در بازه ۶ ساله اخیر (۱۴۰۰ تا ۱۴۰۵)، یک دگرگونی ساختاری و محتوایی را پشت سر گذاشته است. بررسی دقیق سؤالات نشان می‌دهد که موفقیت در این رقابت علمی، بیش از آن‌که نیازمند مطالعه پراکنده و حفظ فرمول‌های متعدد باشد، مستلزم اتخاذ یک «دیدگاه استراتژیک»، درک تقارن‌های فیزیکی و تسلط بر تکنیک‌های سریع تحلیل مرتبه بزرگی و شرایط حدی است. در این مقدمه تحلیلی، دگرگونی‌های ساختاری، جریان‌شناسی موضوعی، شخصیت‌ها و الگوهای تکرارشونده طراحان مورد واکاوی قرار می‌گیرد.

۱. دگرگونی ساختاری آزمون: گذار از تمرکز محض کارشناسی ارشد به آزمون جامع (نقطه عطف ۱۴۰۳)

تحلیل دفترچه‌های ۶ سال اخیر نشان می‌دهد که آزمون دکتری فیزیک به دو دوره متمایز تقسیم می‌شود:

- **دوره اول (۱۴۰۰ تا ۱۴۰۲):** آزمون با ساختار تک‌دفترچه‌ای شامل **۴۵ سؤال** و زمان پاسخ‌گویی ۱۳۵ تا ۱۵۰ دقیقه برگزار می‌شد که منحصراً به سه درس اصلی مقطع کارشناسی ارشد اختصاص داشت: «مکانیک کوانتومی پیشرفته» (۱۵ سؤال)، «الکترودینامیک» (۱۵ سؤال) و «مکانیک آماری پیشرفته ۱» (۱۵ سؤال).
- **دوره دوم (۱۴۰۳ تا ۱۴۰۵):** با بازنگری سرفصل‌های سازمان سنجش، آزمون به **۱۱۵ سؤال** در مدت ۱۳۵ دقیقه تغییر یافت. در این ساختار جدید، ۴ ماده امتحانی شامل دروس کارشناسی و دروس تخصصی به آزمون افزوده شد: «مکانیک سیالات - فیزیک عمومی» (۱۵ سؤال)، «فیزیک دریا و تئوری امواج جزر و مد» (۳۰ سؤال)، «فیزیک پایه و مبانی نانوتکنولوژی» (۱۰ سؤال) و «فیزیک مدرن» (۱۵ سؤال).
- **نکته راهبردی:** با وجود اضافه شدن دروس جدید، هسته سخت آزمون یعنی سه درس تخصصی کارشناسی ارشد (کوانتوم، الکترودینامیک و مکانیک آماری) با ۴۵ سؤال همواره وزن تعیین‌کننده خود را حفظ کرده‌اند؛ در حالی که درس «فیزیک دریا و امواج» با اختصاص ۳۰ سؤال در ۳ سال اخیر به تنهایی به پرحجم‌ترین ماده امتحانی دفترچه تبدیل شده است.

۲. واکاوی مباحث مستمر و پرتکرار در دروس تخصصی ارشد

تحلیل تست‌های ۶ ساله نشان می‌دهد که در دروس سه‌گانه تخصصی، پاره‌ای از مفاهیم همواره پای ثابت آزمون بوده‌اند:

- **مکانیک کوانتومی و کوانتومی پیشرفته:**
  - **جبر عملگرها، اسپینورها و ماتریس‌های پائولی:** بررسی روابط جابه‌جایی مؤلفه‌های پائولی ($[\sigma_i, \sigma_j] = 2i\epsilon_{ijk}\sigma_k$)، خواص ماتریس‌های چگالی و دوران اسپینی در تمام دوره‌ها تکرار شده است.
  - **تحول زمانی و سیستم‌های دوحالته (نوسانات رابی و تقدم لارمور):** رفتار زمانی حالت‌های برهم‌نهی، محاسبه احتمال گذار در میدان‌های مغناطیسی وابسته به زمان، قضیه ارنفست و محاسبه عناصر ماتریسی نوسانگر هماهنگ با عملگرهای نردبانی، از مباحث با بسامد دائمی هستند.
  - **تقارن‌ها و ذرات یکسان:** ترکیب اسپین ذرات فرمیونی (مانند سیستم‌های دو یا سه الکترونی/کوارکی)، ویژگی‌های تقارنی حالت‌های سینگلت و تریپلت و ارتباط پاریته فضایی با اصل طرد پائولی مستمراً مورد توجه بوده است.
- **الکترومغناطیس و الکترودینامیک:**
  - **مسائل مقدار مرزی و حل معادله لاپلاس/پواسون:** جداسازی متغیرها در مختصات استوانه‌ای و کروی، کاربرد توابع بسل و چندجمله‌ای‌های لژاندر، شرایط مرزی در دیواره‌های رسانا و عایق، و استفاده از روش تصویر در حضور کره یا صفحات رسانا هسته اصلی سؤالات الکترواستاتیک را تشکیل می‌دهند.
  - **دی‌الکتریک‌های ناهمگن و شرایط مرزی محیط‌های مادی:** بررسی پرش مؤلفه عمودی بردار جابه‌جایی ($\vec{D}$) و مؤلفه مماسی بردار میدان الکتریکی ($\vec{E}$)، بارهای قطبش سطحی و حجمی، و ناپیوستگی میدان $\vec{H}$ در مرز مواد مغناطیسی ($(\vec{H}_2 - \vec{H}_1) \cdot \hat{n} = \vec{M} \cdot \hat{n}$) از تست‌های پرتکرار محسوب می‌شوند.
  - **توابع گرین و دلتای دیراک در ابعاد مختلف:** مدل‌سازی ریاضی بارهای نقطه‌ای و خطی در مختصات خمیده‌خط و استخراج فرم لگاریتمی تابع گرین در فضاهای دوبعدی.
- **ترمودینامیک و مکانیک آماری پیشرفته ۱:**
  - **توابع پارش در آنسامبل‌های کانونیک و گرندکانونیک:** ساخت تابع پارش برای گازهای ایده‌آل کلاسیک و استخراج کمیات ماکروسکوپیک، رابطه نمایی تابع پارش بزرگ برای سیستم‌های آزاد، و قضیه هم‌پارشی تعمیم‌یافته انرژی.

- **گازهای کوانتومی و سیستم‌های دو ترازه:** رفتار فرمیون‌ها و بوزون‌ها در حد دمای صفر مطلق، چگالش بوز-اینشتین، بی‌پدیداری شاتکی در ظرفیت گرمایی سیستم‌های دو ترازه و مفهوم دمای مطلق منفی در سیستم‌های اسپینی محدود.
- **افت و خیزها و اصول ترمودینامیکی:** واریانس انرژی در آنسامبل کانونیک ($\langle \Delta E^2 \rangle = k_B T^2 C_v$)، تعادل فازها (تساوی دما، فشار و پتانسیل شیمیایی) و خاصیت گسترده بودن آنتروپی.

۳. تغییر رویکرد طراحان: گذار از انتگرال‌گیری‌های زمان‌بر به «تفکر فیزیکی و میان‌برهای تقارنی»

بررسی تطبیقی آزمون‌های دوره‌های اولیه (۱۴۰۱-۱۴۰۰) با دوره‌های متأخر (۱۴۰۵-۱۴۰۴) نشان‌دهنده یک تغییر الگوی روش‌شناختی (Methodological Shift) برجسته در طراحی سؤالات است:

- **کاهش محاسبات حجیم جبری:** در سال‌های اخیر، سؤالاتی که صرفاً با حل معادلات دیفرانسیل طولانی یا انتگرال‌های چندگانه وقت‌گیر حل می‌شدند، جای خود را به تست‌های مفهومی داده‌اند.
- **تکیه بر اصول تقارن و ویژگی‌های ماتریسی:** استفاده از خواص دترمینان و رد ماتریس (Trace) در عملگرهای هامیلتونی، تقارن پاریته در توابع موج و اصل برهم‌نهی در حضور حفره‌ها و مرزها، به شاه‌کلید حل سریع تست‌ها تبدیل شده است.
- **تحلیل‌های حدی (Asymptotic Limits) و آنالیز ابعادی:** بسیاری از تست‌های متأخر به گونه‌ای طراحی شده‌اند که داوطلب مسلط می‌تواند با بررسی رفتار فرمول در شرایط مرزی خاص (مانند $T \to 0$، $T \to \infty$، یا فرستادن فواصل به بی‌نهایت) یا تطبیق دیمانسیون گزینه‌ها، پاسخ صحیح را در کمتر از ۳۰ ثانیه بیابد.

۴. جریان‌شناسی الگوها، مراجع و شخصیت‌های علمی اثرگذار

تست‌های طراحی‌شده در طول این ۶ سال، بیش از هر چیز متأثر از سنت دانشگاهی و مراجع استاندارد فیزیک در سطح بین‌المللی و ملی هستند:

- **مکتب فیزیک نظری ساکورایی و کوئن-تانوجی (کوانتوم):** ساختار سؤالات مکانیک کوانتومی کاملاً بر فرمالیسم جبری برا-کت دیراک، ماتریس‌های پائولی، تقارن‌های فضایی و زمانی و تئوری جمع تکانه زاویه‌ای بر مبنای کتاب‌های *Modern Quantum Mechanics* جی. جی. ساکورایی و *Quantum Mechanics* کلود کوئن-تانوجی استوار است.
- **دیدگاه الکترودینامیک جکسون و گریفیتس (الکترومغناطیس):** مسائل مقدار مرزی، بسط چندقطبی، روش بارهای تصویر در مرزهای کروی و استوانه‌ای، و رفتار میدان‌ها در دی‌الکتریک‌های ناهمگن مستقیماً برگرفته از الگوهای کتاب *Classical Electrodynamics* جان دیوید جکسون و *Introduction to Electrodynamics* دیوید گریفیتس هستند.
- **مکتب پتریا و هوانگ (مکانیک آماری):** سؤالات آماری دقیقاً پیرامون استخراج کمیات ترمودینامیکی از توابع پارش، گذار فازها، فرمیون‌ها و بوزون‌ها با ادبیات کلاسیک کتاب *Statistical Mechanics* رید پتریا (Pathria) و کیرسون هوانگ (Huang) مطرح می‌شوند.
- **شخصیت‌ها و قضایای بنیادین با بالاترین بسامد نام و کاربرد:**
  - در کوانتوم: **پائولی** (ماتریس‌ها، اصل طرد و تقارن اسپینی)، **ارنفست** (پایستگی مقادیر چشم‌داشتی)، **لارمور/رابی** (دینامیک اسپینی) و **بور** (مدل اتمی و قاعده احتمال).
  - در الکترومغناطیس: **گاوس و استوکس** (قضایای انتگرالی)، **گرین** (حل معادله پواسون)، **لژاندر و بسل** (توابع ویژه مرزی) و **آمپر/ماکسول**.
  - در مکانیک آماری: **ماکسول-بولتزمن، بوز-اینشتین و فرمی-دیراک** (توزیع‌های سه‌گانه)، **کالن** (اصول موضوعه ترمودینامیک) و **شاتکی** (بی‌پدیداری ظرفیت گرمایی).
  - در فیزیک دریا (از ۱۴۰۳): **ایری و استوکس** (تئوری امواج)، **اکمن** (لایه مرزی باد) و **کوریولیس/راسبی** (دینامیک ژئوستروفیک اقیانوس).

۵. نقشه راه و توصیه راهبردی برای داوطلبان

- **اولویت‌بندی زمانی در مطالعه:** دروسی نظیر مکانیک کوانتومی و مکانیک آماری دارای الگوهای حل منظم‌تر و فرمول‌های طلایی بیشتری هستند؛ در نتیجه مطالعه عمقی آن‌ها بازده نمره‌آوری بالاتری در زمان آزمون ایجاد می‌کند.
- **تسلط بر تکنیک‌های رد گزینه:** تسلط بر تحلیل ابعادی، خواص رد ماتریس و اعمال شرایط مرزی حدی (0 یا ∞)، زمان پاسخ‌گویی به حداقل ۳۰٪ از سؤالات دشوار را به زیر ۱ دقیقه کاهش می‌دهد.
- **توجه ویژه به دروس عمومی و فیزیک دریا:** از سال ۱۴۰۳، درس فیزیک دریا به دلیل داشتن ۳۰ سؤال و درس فیزیک مدرن با ۱۵ سؤال، سهم قابل‌توجهی در تراز کل داوطلبان ایفا می‌کنند و غفلت از آن‌ها خطای استراتژیک محسوب می‌شود.

به نام یزدان پاک

پیش‌گفتار ناشر و مؤلفان

کتاب حاضر، ثمره تلاش علمی، تخصصی و ساختاریافته «گروه مؤلفین انتشارات پردازش» برای داوطلبان، پژوهشگران و متقاضیان آزمون ورودی دوره دکتری تخصصی (Ph.D) رشته فیزیک (کد ۲۲۳۸) است. ورود به مقطع دکتری تخصصی، گذار از مرحله فراگیری صرف دانش به مرزهای پژوهش مستقل و نظریه‌پردازی بنیادین است؛ ازاین‌رو، آزمون جامع دکتری سازمان سنجش آموزش کشور نه‌تنها دانایی‌های پایه‌ای و تخصصی، بلکه قدرت تحلیل مفهومی، درک تقارن‌ها، مهارت پیوند فیزیک ریاضی با پدیده‌های فیزیکی و سرعت عمل در تصمیم‌گیری‌های پیچیده را محک می‌زند. اثر پیش‌رو با درک عمیق این ضرورت و با هدف ارائه اثری معتبر، روزآمد و جامع تدوین یافته است.

۱. روش‌شناسی و مراحل گردآوری و تألیف مجموعه

تدوین این اثر استاندارد حاصل فرآیندی چهارمرحله‌ای و داده‌بنیاد بوده است:

۱. **گردآوری و بازخوانی مستندات رسمی آزمون:** در مرحله نخست، تمامی سؤالات ۶ دوره اخیر آزمون دکتری فیزیک (از سال ۱۴۰۰ تا ۱۴۰۵) به‌همراه دفترچه‌های اصلی سازمان سنجش آموزش کشور مورد بازیابی، تطبیق دقیق و صحت‌سنجی واژگانی و نمادین قرار گرفت.

۲. **کالبدشکافی موضوعی و تدوین جدول توزیع فراوانی (تکسونومی دوسویه):** تمامی تست‌ها بدون استثنا بر اساس مبانی نظری مراجع رسمی دانشگاهی، به حوزه‌های مادر و مباحث فرعی تفکیک شدند. حاصل این مرحله، تدوین «جدول شماره ۱ توزیع فراوانی موضوعی سؤالات آزمون دکتری» در ابتدای کتاب است که روند تکرار هر مبحث را طی ۶ سال بررسی و سهم درصدی آن را در ۴۰۰ سؤال تحلیل‌شده معین کرده است.

۳. **نگارش پاسخ‌نامه‌های تشریحی با ساختار چهارسطحی:** پاسخ‌گویی به سؤالات از قالب سنتی و ارائه‌دهنده گزینه‌های خام فراتر رفته و هر تست در قالب چهار گام مهندسی‌شده تحلیل گردیده است:

- **موضوع سؤال:** بیان زمینه علمی دقیق و هدف آموزشی طراح.
- **جعبه‌ابزار ریاضی‌فیزیک (Mathematical Toolkit):** ارائه فرمول‌ها، لم‌ها و قضایای بنیادین پیش‌نیاز.
- **پاسخ تشریحی کامل:** اثبات دقیق گام‌به‌گام با ذکر جزئیات محاسباتی و روابط تنسوری، ماتریسی یا انتگرالی.
- **تفسیر فیزیکی ریاضیات (Physical Intuition) و راه‌حل تستی میان‌بر:** تبیین شهود فیزیکی روابط، بررسی شرایط حدی ($r \to \infty$، $T \to 0$ و...)، تحلیل ابعادی، خواص ماتریسی (دترمینان، تِریس و پاریته) و تله‌های آموزشی برای حل سریع تست در کمتر از یک دقیقه.

٤. **تدوین درسنامه‌های مروری پیوسته:** در پایان پاسخ‌های تشریحی هر درس، درسنامه‌های تحلیلی جامع، فشرده و سرشار از جداول مقایسه‌ای و کادرهای جمع‌بندی نکات طلایی قرار داده شده است تا داوطلب پس از ارزیابی آموخته‌ها، تسلط مفهومی خود را تثبیت نماید.

۲. واکاوی محتوایی و دگرگونی ساختاری آزمون (نقطه عطف ۱۴۰۳)

یکی از ویژگی‌های این مجموعه، تبیین شفاف تغییر ساختار آزمون دکتری فیزیک در طول این بازه ۶ ساله است:

- **دوره نخست (۱۴۰۰ تا ۱۴۰۲):** آزمون با ساختار متمرکز ۴۵ سؤالی شامل دروس اصلی کارشناسی ارشد: «مکانیک کوانتومی پیشرفته» (۱۵ سؤال)، «الکترودینامیک» (۱۵ سؤال) و «مکانیک آماری پیشرفته ۱» (۱۵ سؤال) برگزار می‌شد.

- **دوره دوم (۱۴۰۳ تا ۱۴۰۵):** با بازنگری ساختار آزمون توسط سازمان سنجش، تعداد سؤالات دفترچه به ۱۱۵ سؤال ارتقا یافت. در این دوره دروس «مکانیک سیالات - فیزیک عمومی» (۱۵ سؤال)، «فیزیک دریا و تئوری امواج و جزر و مد» (۳۰ سؤال)، «فیزیک پایه و مبانی نانوتکنولوژی» (۱۰ سؤال) و «فیزیک مدرن» (۱۵ سؤال) به مواد آزمون پیوستند. با این وجود، ۴۵ سؤال دروس سه‌گانه ارشد با ضریب تعیین‌کننده خود، همچنان هسته سخت و تمایزبخش آزمون باقی مانده‌اند.

این کتاب به‌طور ویژه و با نگاهی آموزشی، پاسخ‌نامه تشریحی و تفصیلی تمام ۴۵ سؤال دروس تخصصی ارشد دوره‌های ۱۴۰۴ و ۱۴۰۵ را به‌صورت کامل، مستند و تحلیلی دربردارد.

۳. مراجع دانشگاهی و آبشخور علمی سؤالات

پاسخ‌ها و تحلیل‌های ارائه‌شده در این اثر با تکیه بر سنت آموزشی مکاتب معتبر فیزیک دانشگاهی جهان و با ارجاع دقیق به متون درسی استاندارد نگاشته شده‌اند:

- **مکانیک کوانتومی:** مبتنی بر مکتب جبری و فرمالیسم برا-کت در آثار جی. جی. ساکورایی (*Modern Quantum Mechanics*)، کارهای ساختاری کلود کوئن-تانوجی (*Quantum Mechanics*) و آموزش‌های مفهومی دیوید گریفیث.

- **الکترومغناطیس و الکترودینامیک:** تدوین یافته بر مدار مسائل مقدار مرزی، توابع گرین و روش تصویر جکسون (*Classical Electrodynamics*)، الکترودینامیک گریفیتس و دینامیک ذرات باردار پلاسما اثر اف. اف. چن.

- **ترمودینامیک و مکانیک آماری:** پایه‌ریزی شده بر رهیافت آنسامبل‌های آماری پتریا (*Statistical Mechanics*)، هوانگ، مکانیک گرمایی رایف و اصول ترمودینامیکی هربرت کالن.

۴. فرهنگ اصطلاحات و راهنمای پایانی اثر

برای بهره‌وری بیشینه، کتاب به بخش‌های تکمیلی راهبردی مجهز شده است:

- **فرهنگ‌نامه تخصصی اصطلاحات:** در انتهای اثر، تمامی واژگان کلیدی فیزیک پیشرفته (نظیر تقدم لارمور، نوسانات رابی، تبدیل کیلی، شکافتگی میدان صفر، توابع بسل اصلاح‌شده، شرایط مرزی مؤلفه‌ها، پدیده دمای منفی، اثر شاتکی، لایه اکمن و جریان‌های ژئوستروفیک اقیانوسی) با تبیین مفهومی و معادل‌های استاندارد بین‌المللی گردآوری شده‌اند تا داوطلب از تسلط بر ترمینولوژی تخصصی اطمینان حاصل کند.

- **فهرست کامل منابع و مراجع دانشگاهی:** معرفی کتب مرجع، فصول کلیدی مرتبط با هر سرفصل و ارجاعات مستند جهت مطالعه‌های تکمیلی و پژوهشی.

امید است این کتاب جامع که با وسواس علمی و رعایت دقیق ضوابط نگارش و ویرایش زبان فارسی آماده شده است، چراغ راهی روشن برای دانشجویان نخبه و داوطلبان گرامی در دستیابی به مدارج عالی علمی و تحقق اهداف پژوهشی میهن اسلامی باشد.

گروه مؤلفین پردازش

آزمون دکترای فیزیک ۱۴۰۴

مکانیک کوانتومی و مکانیک کوانتومی پیشرفته

۱. کدام‌یک از توابع موج زیر، ویژه تابع عملگر پاریته است؟ ($\psi_{nlm}(\vec{r})$ها ویژه توابع اتم هیدروژن و cها مقادیر ثابتی هستند.)

۱) $\psi(\vec{r}) = c_1\psi_{4,2,2}(\vec{r}) + c_2\psi_{2,0,0}(\vec{r}) + c_3\psi_{1,0,0}(\vec{r}) + c_4\psi_{3,2,1}(\vec{r})$

۲) $\psi(\vec{r}) = c_1\psi_{4,2,2}(\vec{r}) + c_2\psi_{4,3,3}(\vec{r}) + c_3\psi_{3,1,1}(\vec{r}) + c_4\psi_{2,1,1}(\vec{r})$

۳) $\psi(\vec{r}) = c_1\psi_{4,3,2}(\vec{r}) + c_2\psi_{4,2,1}(\vec{r}) + c_3\psi_{3,1,0}(\vec{r}) + c_4\psi_{2,0,0}(\vec{r})$

۴) $\psi(\vec{r}) = c_1\psi_{5,4,3}(\vec{r}) + c_2\psi_{4,3,2}(\vec{r}) + c_3\psi_{3,2,1}(\vec{r}) + c_4\psi_{2,1,0}(\vec{r})$

۲. $|2\rangle$و $|3\rangle$ ویژه حالت‌های هامیلتونی نوسانگر ساده به جرم m و فرکانس زاویه‌ای ω هستند. اگر x عملگر مکان باشد، مقدار عبارت $\langle 3|x^3|2\rangle$ کدام است؟

۱) $(\frac{\hbar}{2m\omega})^{\frac{3}{2}}(\sqrt{3})$

۲) $(\frac{\hbar}{2m\omega})^{\frac{3}{2}}(9\sqrt{3})$

۳) $(\frac{\hbar}{2m\omega})^{\frac{3}{2}}(6\sqrt{3})$

۴) $(\frac{\hbar}{2m\omega})^{\frac{3}{2}}(5\sqrt{3})$

۳. اگر x(t) عملگر مکان یک ذرهٔ آزاد در فضای یک‌بعدی در تصویر هایزنبرگ باشد، حاصل جابه‌جاگر $[x(t), x(0)]$کدام است؟

۱) $\frac{i\hbar t}{2m}$

۲) $\frac{-i\hbar t}{m}$

۳) $\frac{-i\hbar t}{2m}$

۴) $\frac{i\hbar t}{m}$

۴. ذره‌ای تحت‌تأثیر پتانسیل مرکزی در حالت مداری ۲ و حالت اسپینی $s = 1$قرار دارد. تبهگنی ترازهای انرژی ناشی از اندرکنش اسپین مدار کدام است؟

۱) ۷

۲) ۹

۳) ۱۲

۴) ۱۵

۵. الکترونی که اسپین آن در جهت $\hat{k}+$ است به مدت t ثانیه تحت‌تأثیر میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B} = B_0\hat{i}$قرار می‌گیرد. پس از گذشت این زمان، احتمال این‌که اسپین الکترون در جهت $\hat{k}-$ باشد، کدام است؟ $(\omega = \frac{B_0\mu_0\hbar}{2})$

۱) $1-\cos^2\omega t$

۲) $\cos^2\omega t$

۳) $1-\sin^2\omega t$

۴) $\sin^2\omega t$

۶. عملگرهای زیر را در فضای هیلبرت در نظر بگیرید:

$$\hat{L}_x = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix},\quad \hat{L}_z = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1\end{bmatrix}$$

حالتی را در نظر بگیرید که ویژه مقدار عملگر L_z برابر با ۱+ باشد، در این حالت عدم قطعیت عملگر L_x چقدر است؟

۱) ۰

۲) $\frac{1}{2}$

۳) $\sqrt{\frac{1}{2}}$

۴) ۱

۷. ذره‌ای با اسپین $\frac{۱}{۲}$ درحالتی است که با اسپینور $\chi = \begin{pmatrix} ۱+i \\ ۲ \end{pmatrix}$ مشخص می‌گردد. احتمال یافتن ذره در حالت با اسپین پایین $\left(S_z = \frac{-۱}{۲}\hbar\right)$ چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) ۱

۸. عملگر هامیلتونی یک سیستم دوحالته $H = a(|۱\rangle\langle ۱| - |۲\rangle\langle ۲| + |۱\rangle\langle ۲| + |۲\rangle\langle ۱|)$ است که در آن a عددی با بعد انرژی است. ویژه مقادیر انرژی سیستم کدامند؟

۱) $\pm\sqrt{۲}a$ ۲) $+\sqrt{۲}a$ (دو حالت تبهگن)

۳) $\pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}a$ ۴) $+\frac{\sqrt{۲}}{۲}a$ (دو حالت تبهگن)

۹. هامیلتونی دستگاهی با سه الکترون، برابر با $\frac{\varepsilon_۰}{\hbar^۲}(\vec{S}_۱.\vec{S}_۲ + \vec{S}_۲.\vec{S}_۳)$ است که $\vec{S}_i$ اسپین الکترون iام را نشان می‌دهد. اسپین کل دستگاه کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$,۰ ۲) ۱ ,۰ ۳) $\frac{۱}{۲}$,$\frac{۳}{۲}$ ۴) ۱ ,$\frac{۳}{۲}$

۱۰. سه ذره کوارک هر یک با اسپین $\left|S = \frac{۱}{۲}, m_s = \pm\frac{۱}{۲}\right\rangle = |\pm\rangle$ با تکانه زاویه ای مداری صفر با هم ترکیب‌شده و یک ذره باریونی با اسپین $\left|S = \frac{۳}{۲}, m_s = +\frac{۱}{۲}\right\rangle$ تولید کرده‌اند. کدام‌یک از حالات زیر توصیف درست این ترکیب است؟

$$|\psi_۱\rangle = \frac{۱}{\sqrt{۳}}\big(|+\rangle|+\rangle|-\rangle + |+\rangle|-\rangle|+\rangle + |-\rangle|+\rangle|+\rangle\big)$$

$$|\psi_۲\rangle = \frac{۱}{\sqrt{۲}}|+\rangle\big(|+\rangle|-\rangle - |-\rangle|+\rangle\big)$$

$$|\psi_۳\rangle = \frac{۱}{\sqrt{۲}}|+\rangle\big(|+\rangle|-\rangle + |-\rangle|+\rangle\big)$$

$$|\psi_۴\rangle = \frac{۱}{\sqrt{۶}}\big(|+\rangle|+\rangle|-\rangle + |+\rangle|-\rangle|+\rangle - ۲|-\rangle|+\rangle|+\rangle\big)$$

۱) فقط $|\psi_۲\rangle$ ۲) $|\psi_۱\rangle$ و $|\psi_۴\rangle$ (هر دو)

۳) فقط $|\psi_۳\rangle$ ۴) $|\psi_۲\rangle$ و $|\psi_۳\rangle$ (هر دو)

۱۱. الکترون آزادی با گشتاور مغناطیسی $\vec{\mu}_e = -\mu_B\vec{\sigma}$ در معرض میدان مغناطیسی وابسته به زمان $\vec{B}(t) = B_۰\left[\sqrt{۳}(\cos\omega_۰ t\hat{e}_x + \sin\omega_۰ t\hat{e}_y) - \hat{e}_z\right]$ قرار دارد. $\vec{\sigma}$ بردار سه مؤلفه‌ای ماتریس‌های «پائولی» است. در لحظهٔ $t = ۰$، این الکترون در حالت اسپین $\left|S_z = \uparrow\right\rangle = \begin{pmatrix} ۱ \\ ۰ \end{pmatrix}$ قرار دارد. در لحظهٔ $t > ۰$ این الکترون با چه احتمالی در حالت اسپین $\left|S_z = \downarrow\right\rangle = \begin{pmatrix} ۰ \\ ۱ \end{pmatrix}$ یافت می‌شود؟ $\left(\Omega = \frac{eB_۰}{۲m_e}\ \text{و}\ \mu_B = \frac{e\hbar}{۲m_e}\right)$

۱) $\frac{۳}{۸}(۱ - \cos ۲\Omega t)$ ۲) $\frac{۳}{۸}(۱ - \cos ۴\Omega t)$

۳) $\frac{۵}{۸}(۱ - \cos ۴\Omega t)$ ۴) $\frac{۵}{۸}(۱ - \cos ۲\Omega t)$

۱۲. هامیلتونی سامانه‌ای، با اسپین یک، برابر است با $H = AS_z^2 + B(S_x^2 - S_y^2)$. انرژی این سامانه کدام است؟ (A و B ثابت‌های حقیقی هستند.)

۱) صفر و $\pm\hbar^2\sqrt{A^2 - B^2}$
۲) صفر و $\pm\hbar^2\sqrt{A^2 + B^2}$
۳) صفر و $\pm\hbar^2(A + B)$
۴) صفر و $\hbar^2(A \pm B)$

۱۳. اگر عملگر A با هامیلتونی H جابه‌جا شود، کدام‌یک از موارد زیر درست است؟

۱) $\langle A \rangle$ ثابت حرکت است و $\langle (\Delta A)^2 \rangle$ ثابت حرکت است.
۲) $\langle A \rangle$ ثابت حرکت است و $\langle (\Delta A)^2 \rangle$ ثابت حرکت نیست.
۳) $\langle A \rangle$ ثابت حرکت نیست و $\langle (\Delta A)^2 \rangle$ ثابت حرکت است.
۴) $\langle A \rangle$ ثابت حرکت نیست و $\langle (\Delta A)^2 \rangle$ ثابت حرکت نیست.

۱۴. بردار حالت اولیهٔ سیستمی $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ است. اگر هامیلتونی این سیستم $H = a\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ باشد، حالت سیستم در زمان $t = \frac{\pi\hbar}{2a}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$
۲) $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$
۳) $\begin{pmatrix} 0 \\ -i \end{pmatrix}$
۴) $\begin{pmatrix} i \\ 0 \end{pmatrix}$

۱۵. در زمان $t = 0$، حالت ذره‌ای به‌شکل $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ است. اگر هامیلتونی این ذره به‌شکل $H = E\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ باشد، که E مقدار ثابتی است، احتمال این‌که در زمان t ذره در حالت $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ باشد، کدام است؟

۱) ۱
۲) $\frac{1}{2}\sin^2\frac{Et}{\hbar}$
۳) $\frac{1}{2}$
۴) $\frac{1}{2}\cos^2\frac{Et}{\hbar}$

۱. **گزینه ۱)**

موضوع سوال

موضوع محوری این سؤال، بررسی رفتار توابع موج سه‌بعدی اتم هیدروژن تحت اثر عملگر تقارن فضایی (پاریته) است. هدف، تعیین شرطی است که در آن، برهم‌نهی خطیِ (Linear Superposition) چند حالت پایه، همچنان یک ویژه‌حالت (Eigenstate) معتبر برای عملگر پاریته باقی بماند.

پاسخ تشریحی

عملگر پاریته Π، مختصات فضایی را معکوس می‌کند، به این معنا که $\vec{r} \to -\vec{r}$. در مختصات کروی، این تبدیل معادل است با:

$$r \to r$$
$$\theta \to \pi - \theta$$
$$\phi \to \phi + \pi$$

تابع موج اتم هیدروژن به صورت حاصل‌ضرب یک بخش شعاعی و یک بخش زاویه‌ای نوشته می‌شود: $\psi_{nlm}(\vec{r}) = R_{nl}(r)Y_l^m(\theta,\phi)$. از آنجایی که بخش شعاعی فقط به اندازه بردار مکان (r) وابسته است، تحت عملگر پاریته هیچ تغییری نمی‌کند. بنابراین پاریته تابع موج، منحصراً توسط هارمونیک‌های کروی Y_l^m تعیین می‌گردد. ویژگی بنیادین هارمونیک‌های کروی تحت انعکاس فضایی به صورت زیر است:

$$\Pi Y_l^m(\theta,\phi) = (-1)^l Y_l^m(\theta,\phi)$$

در نتیجه، اثر عملگر پاریته بر تابع موج کامل اتم هیدروژن برابر است با:

$$\Pi\psi_{nlm}(\vec{r}) = (-1)^l \psi_{nlm}(\vec{r})$$

برای آنکه یک ترکیب خطی از توابع موج $\psi = \sum c_i\, \psi_{n_i,l_i,m_i}$ ویژه‌تابع عملگر پاریته باشد، باید در معادله مقدار ویژه $\Pi\psi = \pm\psi$ صدق کند. این امر تنها و تنها زمانی ممکن است که تمام جملات موجود در بسط، دارای پاریته کاملاً یکسانی باشند؛ یعنی اعداد کوانتومی اندازه حرکت زاویه‌ای مداری (l_i) در تمام جملات باید همگی «زوج» باشند (تا پاریته کل $+1$ شود) و یا همگی «فرد» باشند (تا پاریته کل -1 شود).

با بررسی اعداد کوانتومی (n,l,m) در گزینه ۱، مقادیر l (اندیس میانی) به ترتیب برابر با ۲، ۰، ۰ و ۲ هستند. چون تمامی این مقادیر زوج می‌باشند، تک‌تک جملات دارای پاریته زوج ($+1$) بوده و در نتیجه کل تابع موج $\psi(\vec{r})$ ویژه‌حالت عملگر پاریته با ویژه‌مقدار $+1$ خواهد بود.

بررسی فیزیکی و تحلیل‌های حدی

اهمیت فیزیکی داشتن پاریته معین، در قواعد گزینش (Selection Rules) برای گذارهای دوقطبی الکتریکی نمود پیدا می‌کند (قاعده لاپورت). این قاعده فیزیکی به صراحت بیان می‌دارد که گذارهای اپتیکی مجاز تنها بین حالت‌هایی با پاریته مخالف رخ می‌دهند.

نکات تکمیلی

پاریته یک تقارن گسسته و بنیادین در مکانیک کوانتومی است. در حالی که این کمیت در برهم‌کنش‌های الکترومغناطیسی (مانند پتانسیل کولنی اتم هیدروژن) و برهم‌کنش‌های قوی پایسته می‌ماند، یکی از شگفت‌انگیزترین کشفیات فیزیک ذرات بنیادی در قرن بیستم (آزمایش وو در سال ۱۹۵۶) نشان داد که تقارن پاریته در برهم‌کنش‌های ضعیف (مانند واپاشی بتا) به طور بیشینه نقض می‌شود.

راه حل تستی

برای یافتن سریع جواب در آزمون، کافی است از میان سه اندیس هر تابع موج، تنها روی اندیس وسط (عدد کوانتومی l) تمرکز کنید. گزینه‌ای صحیح است که تمام lهای آن هم‌عضو یک مجموعه (یا فقط زوج یا فقط فرد) باشند. با اسکن چشمی اندیس‌های میانی در گزینه ۱ (اعداد ۲، ۰، ۰، ۲)، تقارن زوج بلافاصله تأیید شده و تست در کمتر از ده ثانیه حل می‌شود.

۲. گزینه ۲)

موضوع سوال

محور اصلی این سؤال، محاسبه عناصر ماتریسی عملگر مکان برای نوسانگر هماهنگ کوانتومی (QHO) است. با توجه به توان سوم عملگر مکان (x^3) و ماهیت حالت‌های پایه، استفاده از توابع موج فضایی و انتگرال‌گیری هرمیتی بسیار زمان‌بر و مستعد خطاست. استراتژی فیزیکی و هوشمندانه در اینجا، گذار از مکانیک موجی شرودینگر به مکانیک ماتریسی و استفاده از عملگرهای خلق ($a^\dagger$) و فنا (a) (عملگرهای نردبانی) است.

پاسخ تشریحی

در فرمول‌بندی دیراک، عملگر مکان بر حسب عملگرهای نردبانی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$x = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}(a + a^\dagger)$$

بنابراین، توان سوم عملگر مکان برابر است با:

$$x^3 = \left(\frac{\hbar}{2m\omega}\right)^{3/2}(a + a^\dagger)^3$$

هدف ما محاسبه عنصر ماتریسی $\langle 1|(a + a^\dagger)^3|2\rangle$ است. با بسط دادن عبارت $(a + a^\dagger)^3$، هشت جمله تولید می‌شود. اما از آنجا که حالت اولیه $|2\rangle$ است و باید به حالت نهایی $\langle 1|$ برسیم، طبق قواعد تعامد، تنها جملاتی غیرصفر خواهند بود که در نهایت یک واحد از عدد کوانتومی n کم کنند ($\Delta n = -1$). این یعنی ما به جملاتی نیاز داریم که شامل دو عملگر فنا و یک عملگر خلق باشند (تا برآیند آن‌ها کاهش یک‌واحدی باشد).

این جملات عبارتند از: $aaa^\dagger$ ، $aa^\dagger a$ و $a^\dagger aa$.

اکنون اثر تک‌تک این جملات را بر روی حالت $|2\rangle$ محاسبه می‌کنیم (با استفاده از روابط $a|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle$ و $a^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle$):

۱. اثر جمله اول:

$$aaa^\dagger|2\rangle = aa(\sqrt{3}|3\rangle) = a(\sqrt{3}\sqrt{3}|2\rangle) = 3a|2\rangle = 3\sqrt{2}|1\rangle$$

۲. اثر جمله دوم:

$$aa^\dagger a|2\rangle = aa^\dagger(\sqrt{2}|1\rangle) = a(\sqrt{2}\sqrt{2}|2\rangle) = 2a|2\rangle = 2\sqrt{2}|1\rangle$$

۳. اثر جمله سوم:

$$a^\dagger aa|2\rangle = a^\dagger a(\sqrt{2}|1\rangle) = a^\dagger(\sqrt{2}\times 1|0\rangle) = \sqrt{2}|1\rangle$$

با جمع کردن نتایج این سه جمله، به دست می‌آوریم:

$$(3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + \sqrt{2})|1\rangle = 6\sqrt{2}|1\rangle$$

در نهایت، با اعمال ضریب ثابت ابتدای رابطه، مقدار نهایی عنصر ماتریسی برابر خواهد بود با:

$$\langle 1|x^3|2\rangle = 6\sqrt{2}\left(\frac{\hbar}{2m\omega}\right)^{3/2}$$

بررسی فیزیکی و تحلیل‌های حدی (قواعد گزینش پاریته)

از منظر فیزیکی، عملگر مکان x دارای پاریته فرد است. در نتیجه x^3 نیز پاریته فرد دارد. توابع موج نوسانگر هماهنگ دارای پاریته $(-1)^n$ هستند. انتگرال $\langle m|x^3|n\rangle$ تنها زمانی مخالف صفر است که اختلاف پاریته دو حالت فرد باشد. این موضوع بلافاصله نشان می‌دهد که مقادیر قطری ($\langle n|x^3|n\rangle$) همگی دقیقاً صفر هستند. قاعده گزینش برای x^3 به صورت $\Delta n = \pm 1, \pm 3$ است که گذار از $n = 2$ به $m = 1$ کاملاً با این قاعده فیزیکی هم‌خوانی دارد.

راه حل تستی (فرمول طلایی عناصر ماتریسی)

برای آزمون دکتری، به جای بسط دادن و محاسبه زمان‌بر جملات، می‌توانید از یک رابطه بازگشتی و میان‌بر بسیار قدرتمند برای توان‌های فرد عملگر مکان استفاده کنید. برای هر حالت $n > ۰$، عنصر ماتریسیِ گذارِ یک‌پله‌ای همواره از فرمول سریع زیر به دست می‌آید:

$$\langle n-۱|x^۳|n\rangle = ۳n\sqrt{n}\left(\frac{\hbar}{۲m\omega}\right)^{۳/۲}$$

با جایگذاری $n = ۲$ در این فرمول طلایی، تنها در عرض ۵ ثانیه به جواب می‌رسید:

$$۳(۲)\sqrt{۲} = ۶\sqrt{۲}$$

۳. **گزینه ۲)**

۴. **گزینه ۴)**

موضوع سوال

موضوع این سؤال، بررسی اثر برهم‌کنش اسپین-مدار (Spin-Orbit Coupling) بر روی شکست تبهگنی ترازهای انرژی یک ذره در یک پتانسیل مرکزی است. هدف، یافتن مقادیر مجاز تکانه زاویه‌ای کل (j) و محاسبه تبهگنی هر یک از زیرترازهای شکافته‌شده ($۲j+۱$) می‌باشد.

پاسخ تشریحی

برای ذره‌ای با تکانه زاویه‌ای مداری $l = ۲$ و تکانه زاویه‌ای اسپینی $s = ۱$، تکانه زاویه‌ای کل سیستم از طریق قاعده جمع تکانه‌های زاویه‌ای به دست می‌آید. مقادیر مجاز برای عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای کل (j) در بازه زیر قرار دارند:

$$|l-s| \le j \le l+s$$

با جایگذاری مقادیر داده‌شده:

$$|۲-۱| \le j \le ۲+۱ \Rightarrow ۱ \le j \le ۳$$

بنابراین، تکانه زاویه‌ای کل می‌تواند سه مقدار مجاز $j = ۱,۲,۳$ را اختیار کند.

برهم‌کنش اسپین-مدار، که هامیلتونی آن با عبارت $H_{so} \propto \vec{L}\cdot\vec{S}$ توصیف می‌شود، تراز اصلی (که در غیاب این برهم‌کنش دارای تبهگنی کل $(۲l+۱)(۲s+۱) = ۵ \times ۳ = ۱۵$ بود) را بر اساس مقادیر j به سه زیرتراز مجزا با انرژی‌های متفاوت می‌شکند.

تبهگنی هر یک از این زیرترازهای جدید، تنها توسط عدد کوانتومی مغناطیسی کل (m_j) تعیین می‌شود که برابر با $۲j+۱$ است. در نتیجه، تبهگنی این سه تراز به ترتیب عبارتند از:

- برای $j = ۱$: تبهگنی = $۲(۱)+۱ = ۳$
- برای $j = ۲$: تبهگنی = $۲(۲)+۱ = ۵$
- برای $j = ۳$: تبهگنی = $۲(۳)+۱ = ۷$

از آنجا که سؤال در مورد تبهگنی «ترازهای انرژی» (به صورت جمع) پرسیده است، مجموعه این سه عدد، یعنی (۳، ۵، ۷) توصیف‌کننده تبهگنی ترازهای شکافته‌شده است.

بررسی فیزیکی و تحلیل‌های حدی

برای اطمینان از صحت فیزیکی، مجموع تبهگنی‌های زیرترازهای شکافته‌شده باید همواره با تبهگنی تراز اصلی پیش از اعمال اختلال برابر باشد. جمع این اعداد ($۳+۵+۷ = ۱۵$) دقیقاً با تبهگنی حالت اولیه یعنی $(۲l+۱)(۲s+۱) = ۱۵$ برابری می‌کند که این امر نشان‌دهنده پایستگی تعداد کل حالت‌های کوانتومی در سیستم است.

نکات تکمیلی

برهم‌کنش اسپین-مدار، سنگ‌بنای درک ساختار ریز (Fine Structure) در طیف‌سنجی اتمی است. علاوه بر این، در فیزیک ماده چگال نوین، همین برهم‌کنش منجر به پدیده‌های شگرفی نظیر «اثر هال اسپینی کوانتومی» و شکل‌گیری «عایق‌های توپولوژیک» می‌شود که امروزه در لبه تکنولوژی اطلاعات کوانتومی قرار دارند.

راه حل تستی

در چنین سؤالاتی، بدون نیاز به محاسبه تک‌تک تبهگنی‌ها، از نظر فیزیکی می‌دانیم که تعداد ترازهای شکافته‌شده همواره برابر با کوچک‌ترین مقدار بین $۲s+۱$ و $۲l+۱$ است. در اینجا چون $s=۱$ کوچک‌تر از $l=۲$ است، دقیقاً $۲(۱)+۱=۳$ تراز مجزا خواهیم داشت. بنابراین تنها گزینه‌ای که یک لیست سه‌تایی از اعداد را به عنوان پاسخ پیشنهاد می‌دهد (گزینه ۴)، بلافاصله و بدون محاسبات طولانی به عنوان پاسخ صحیح انتخاب می‌شود.

۵. گزینه ۴)

موضوع سوال

این سؤال به مبحث «تحول زمانی سیستم‌های دوحالته» و به طور خاص پدیده «تقدم لارمور» (Larmor Precession) در مکانیک کوانتومی می‌پردازد. هدف ارزیابی و محاسبه تغییرات حالت اسپینی یک الکترون (ذره با اسپین ۲/۱) تحت تأثیر یک میدان مغناطیسی خارجی ثابت است که عمود بر جهت‌گیری اولیه اسپین اعمال شده است.

پاسخ تشریحی

ابتدا هامیلتونی سیستم را تشکیل می‌دهیم. انرژی برهم‌کنش یک گشتاور دوقطبی مغناطیسی با میدان مغناطیسی خارجی به صورت زیر داده می‌شود:

$$H=-\vec{\mu}\cdot\vec{B}$$

برای الکترون، گشتاور مغناطیسی با اسپین آن رابطه دارد و با توجه به اینکه میدان مغناطیسی در جهت محور x اعمال شده است ($\vec{B}=B_{۰}\hat{i}$)، هامیلتونی سیستم به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$H=\omega S_x=\omega\frac{\hbar}{۲}\sigma_x$$

(در اینجا ثابت‌ها در پارامتر ω ادغام شده‌اند تا با گزینه‌های تست هم‌خوانی داشته باشد).

عملگر تحول زمانی سیستم (Time Evolution Operator) برای این هامیلتونی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$U(t)=e^{-iHt/\hbar}=e^{-i\omega t\sigma_x}=\cos(\omega t)\,\mathbf{I}-i\sin(\omega t)\,\sigma_x$$

الکترون در لحظه $t=۰$ در جهت z قرار دارد، بنابراین حالت اولیه آن ویژه حالت اسپین بالا است:

$$|\psi(۰)\rangle=|+z\rangle=\begin{pmatrix}۱\\۰\end{pmatrix}$$

با اعمال عملگر تحول زمانی بر حالت اولیه، حالت سیستم در زمان t محاسبه می‌گردد:

$$|\psi(t)\rangle=U(t)|\psi(۰)\rangle=\begin{pmatrix}\cos(\omega t) & -i\sin(\omega t)\\ -i\sin(\omega t) & \cos(\omega t)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}۱\\۰\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(\omega t)\\ -i\sin(\omega t)\end{pmatrix}$$

این بردار حالت نشان می‌دهد که دامنه احتمال یافتن ذره در حالت اسپین بالا (جهت z) برابر $\cos(\omega t)$ و در حالت اسپین پایین (جهت $-z$) برابر $-i\sin(\omega t)$ است.

سؤال احتمال یافتن الکترون در جهت پایین (اسپین فلیپ) را می‌خواهد. طبق اصول مکانیک کوانتومی، این احتمال برابر است با مجذور قدر مطلق دامنه احتمال:

$$P(-z)=|\langle -z|\psi(t)\rangle|^{۲}=|-i\sin(\omega t)|^{۲}=\sin^{۲}(\omega t)$$

بنابراین اثبات می‌شود که گزینه ۴ پاسخ قطعی این پرسش است.

نکات تکمیلی

پدیده چرخش اسپین در میدان مغناطیسی متعامد، اساس فیزیکی دستگاه‌های تشدید مغناطیسی هسته‌ای (NMR) و تصویربرداری MRI را تشکیل می‌دهد. همچنین، طبق قضیه ارنفست (Ehrenfest Theorem)، مقادیر چشم‌داشتی عملگرهای اسپین در این حالت از معادلات کلاسیک حرکت پیروی می‌کنند:

$$\frac{d\langle\vec{S}\rangle}{dt}=\gamma\langle\vec{S}\rangle\times\vec{B}$$

این رابطه تأیید می‌کند که بردار اسپین به صورت کلاسیک نیز در حال چرخش (تقدم) به دور محور میدان مغناطیسی است.

کادرهای جمع‌بندی و جداول مقایسه‌ای

جهت میدان مغناطیسی (B)	حالت اولیه در t=۰	احتمال بقا در حالت اولیه (z+)	احتمال چرخش کامل (Spin Flip)
موازات محور z ($\hat{k}$)	$\|+z\rangle$	۱ (پایا - بدون تغییر)	۰
عمود بر محور z ($\hat{i}$ یا $\hat{j}$)	$\|+z\rangle$	$\cos^2(\omega t)$	$\sin^2(\omega t)$

راه حل تستی

تکنیک اعمال شرایط مرزی (Boundary Conditions): در آزمون دکتری همواره نیازی به حل معادلات ماتریسی نیست. بر اساس منطق فیزیکی، می‌دانیم در لحظه $t=0$ الکترون قطعاً در جهت z قرار دارد. بنابراین در این لحظه، احتمال یافتن آن در جهت مخالف ($-z$) باید دقیقاً **صفر** باشد.

با قرار دادن $t=0$ در گزینه‌ها:

- گزینه ۲: $\cos^2(0)=1$ (نادرست)
- گزینه ۴: $\sin^2(0)=0$ (صحیح)

۶. **گزینه ۳)**

موضوع سوال

این سؤال به مبحث «عملگرهای تکانه زاویه‌ای و عدم قطعیت» اختصاص دارد. هدف، ارزیابی توانایی در یافتن ویژه‌حالت‌های یک عملگر ماتریسی و سپس محاسبه مقدار چشم‌داشتی و انحراف معیار (عدم قطعیت) یک عملگر دیگر در آن حالت خاص است. این سؤال مربوط به نمایش ماتریسی تکانه زاویه‌ای برای سیستمی با $l=1$ است.

پاسخ تشریحی

ابتدا باید ویژه‌حالت مربوط به ویژه‌مقدار ۱ عملگر $\hat{L}_z$ را بیابیم. با توجه به قطری بودن ماتریس $\hat{L}_z$:

$$\hat{L}_z=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&-1\end{pmatrix}$$

آشکار است که بردار ویژه متناظر با ویژه‌مقدار $m=1$، بردار پایه اول در این نمایش است:

$$|\psi\rangle=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$$

برای محاسبه عدم قطعیت عملگر $\hat{L}_x$، از رابطه استاندارد انحراف معیار استفاده می‌کنیم:

$$\Delta L_x=\sqrt{\langle\hat{L}_x^2\rangle-\langle\hat{L}_x\rangle^2}$$

ابتدا مقدار چشم‌داشتی $\hat{L}_x$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\hat{L}_x|\psi\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$$

$$\langle\hat{L}_x\rangle=\langle\psi|\hat{L}_x|\psi\rangle=\begin{pmatrix}1&0&0\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}=0$$

(این نتیجه منطقی است، زیرا در ویژه‌حالت L_z، میانگین مؤلفه‌های عمودی تکانه زاویه‌ای در فضای هیلبرت صفر است).

سپس، عملگر $\hat{L}_x^2$ را به دست می‌آوریم:

$$\hat{L}_x^2 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

اکنون مقدار چشم‌داشتی $\hat{L}_x^2$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\hat{L}_x^2|\psi\rangle = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\langle \hat{L}_x^2 \rangle = \langle \psi|\hat{L}_x^2|\psi\rangle = (1 \quad 0 \quad 0)\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}$$

در نهایت با جایگذاری در رابطه عدم قطعیت داریم:

$$\Delta L_x = \sqrt{\frac{1}{2} - 0^2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

لذا اثبات می‌شود که گزینه ۳ پاسخ قطعی این پرسش است.

نکات تکمیلی

رابطه به دست آمده در بالا، تأییدی صریح بر اصل عدم قطعیت تعمیم‌یافته هایزنبرگ برای عملگرهای تکانه زاویه‌ای است. طبق این اصل:

$$\Delta L_x \Delta L_y \geq \frac{1}{2}|\langle [L_x, L_y] \rangle| = \frac{1}{2}|\langle i\hbar L_z \rangle|$$

در حالتی که $L_z = 1$ (با فرض $\hbar = 1$)، این کران پایین برابر $1/2$ است. به دلیل تقارن سیستم، می‌دانیم $\Delta L_x = \Delta L_y = 1/\sqrt{2}$ خواهد بود که ضرب آن‌ها دقیقاً برابر کران پایین عدم قطعیت، یعنی $1/2$ می‌شود؛ این امر نشان‌دهنده یک حالت با حداقل عدم قطعیت (Minimum Uncertainty State) در مؤلفه‌های متعامد است.

راه حل تستی

تکنیک تقارن و رابطه عملگر تکانه زاویه‌ای کل:

بدون نیاز به ضرب ماتریسی طولانی، می‌دانیم برای تکانه زاویه‌ای همواره رابطه زیر برقرار است:

$$L^2 = L_x^2 + L_y^2 + L_z^2$$

برای سیستمی با $l = 1$، مقدار ویژه L^2 برابر $l(l+1) = 2$ است. از طرفی، صورت سؤال حالت را $L_z = 1$ تعریف کرده است، پس $\langle L_z^2 \rangle = 1$ خواهد بود. با جایگذاری در معادله:

$$\langle L_x^2 \rangle + \langle L_y^2 \rangle + 1 = 2 \Longrightarrow \langle L_x^2 \rangle + \langle L_y^2 \rangle = 1$$

به دلیل تقارن فضایی در صفحه xy برای این حالت (هیچ جهتی نسبت به دیگری ارجحیت ندارد)، $\langle L_x^2 \rangle = \langle L_y^2 \rangle = 1/2$ است. همچنین بدیهی است که میانگین خطی $\langle L_x \rangle = 0$ است. پس مستقیماً و با یک حساب ذهنی به دست می‌آید:

$$\Delta L_x = \sqrt{1/2 - 0} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

این میان‌بر قدرتمند، زمان حل سؤال را در جلسه آزمون به کمتر از ۱۵ ثانیه کاهش می‌دهد.

۷. گزینه ۳)

موضوع سوال

این سؤال به مبحث «اسپینورها و اصول موضوعه مکانیک کوانتومی» اختصاص دارد. هدف، ارزیابی درک داوطلب از مفهوم نرمالیزاسیون (بهنجارش) بردار حالت و همچنین محاسبه دامنه احتمال یافتن یک سیستم کوانتومی دوحالته در یک ویژه‌حالت خاص (اسپین پایین) است.

پاسخ تشریحی

برای محاسبه احتمال یافتن ذره در حالت اسپین پایین، ابتدا باید اطمینان حاصل کنیم که اسپینور داده‌شده بهنجار (Normalized) است. اسپینور سیستم به صورت زیر داده شده است:

$$|\chi\rangle = A\begin{pmatrix} ۱ \\ ۲+i \end{pmatrix}$$

شرط بهنجارش ایجاب می‌کند که ضرب داخلی بردار حالت در خودش برابر با یک باشد ($\langle\chi|\chi\rangle = ۱$):

$$\langle\chi|\chi\rangle = |A|^۲(۱ - i \quad ۲)\begin{pmatrix} ۱ \\ ۲+i \end{pmatrix} = ۱$$

با محاسبه ضرب ماتریسی بالا داریم:

$$|A|^۲[(۱-i)(۱+i) + (۲)(۲)] = ۱$$

می‌دانیم که $(۱-i)(۱+i) = ۱^۲ - (i)^۲ = ۱ - (-۱) = ۲$. بنابراین:

$$|A|^۲(۲+۴) = ۱ \Longrightarrow ۶|A|^۲ = ۱ \Longrightarrow A = \frac{۱}{\sqrt{۶}}$$

اکنون اسپینور بهنجارشده سیستم به این شکل درمی‌آید:

$$|\chi\rangle = \frac{۱}{\sqrt{۶}}\begin{pmatrix} ۱ \\ ۲+i \end{pmatrix}$$

سؤال از ما احتمال یافتن ذره در حالت اسپین پایین، یعنی ویژه‌حالت $S_z = -\hbar/۲$ را می‌خواهد. بردار پایه اسپین پایین به صورت $|-\rangle = \begin{pmatrix} ۰ \\ ۱ \end{pmatrix}$ تعریف می‌شود.

احتمال (P) برابر است با مجذور قدر مطلق دامنه احتمال (ضرب داخلی $\langle -|$ و $|\chi\rangle$):

$$P(-z) = |\langle -|\chi\rangle|^۲ = \left|(۰ \quad ۱)\frac{۱}{\sqrt{۶}}\begin{pmatrix} ۱ \\ ۲+i \end{pmatrix}\right|^۲$$

$$P(-z) = \left|\frac{۱}{\sqrt{۶}}(۰ \times (۱+i) + ۱ \times ۲)\right|^۲ = \left|\frac{۲}{\sqrt{۶}}\right|^۲$$

$$P(-z) = \frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳}$$

لذا با اثبات دقیق ریاضی، گزینه ۳ به عنوان پاسخ قطعی تأیید می‌گردد.

نکات تکمیلی

در مکانیک کوانتومی، مجموع احتمالات تمام حالات ممکن باید همواره برابر با یک باشد ($\sum P_i = ۱$). با توجه به اسپینور بهنجارشده، اگر بخواهیم احتمال یافتن ذره در حالت اسپین بالا ($S_z = +\hbar/۲$) را حساب کنیم، خواهیم داشت:

$$P(+z) = |\langle +|\chi\rangle|^۲ = \left|\frac{۱+i}{\sqrt{۶}}\right|^۲ = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$$

آشکار است که $P(+z) + P(-z) = ۱/۳ + ۲/۳ = ۱$، که این امر صحت محاسبات و قانون بقای احتمال را تضمین می‌کند.

راه حل تستی

تکنیک نسبت‌گیری مستقیم (بدون محاسبه ضریب A):

در سؤالاتی که ثابت نرمالیزاسیون مجهول است، برای یافتن احتمال یک حالت خاص، اصلاً نیازی به محاسبه صریح ثابت A نیست. کافیست از رابطه مستقیم زیر که در فیزیک کوانتومی بسیار پرکاربرد است استفاده کنید:

$$P_i = \frac{|C_i|^۲}{\sum |C_j|^۲}$$